

SPRAWOZDANIE

ćwiczenie VI

pomiar zależności oporności metali i półprzewodników od temperatury

Emilia Szymańska
Marcin Gruchała

17.03.2019r.

Cel ćwiczenia: pomiar zależności rezystancji metalu i dwóch półprzewodników od temperatury w zakresie od ok. 79 do 282 Kelvinów, zidentyfikowanie materiałów na podstawie obliczonej przerwy wzbronionej i współczynnika rezystancji.

Zestaw przyrządów pomiarowych:

- Układ składający się z metalowej obudowy wypełnionej olejem silnikowym z badanym metalem, półprzewodnikami i czujnikiem temperatury (taka sonda zakończona jest wtykiem DB-9). Całość jest zamontowana na uchwycie.
- Mierniki podłączone do czujnika temperatury, metalu i półprzewodników: omomierze BM811

Wyniki

Korzystając z informacji zawartych w kartach katalogowych multimetrów, wyników i wzoru $u(R) = \frac{\Delta R}{\sqrt{3}}$, obliczamy niepewności pomiaru dla rezystancji półprzewodników, a następnie zaokrąglamy w górę (w zależności od postaci wyniku i niedokładności zazwyczaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących). Dokładność pomiaru ΔR danej wielkości uzyskujemy poprzez podstawienie do wzoru $\Delta R = x \cdot rdg + y \cdot dgt$, gdzie rdg oznacza wartość zmierzoną, a dgt rozdzielczość miernika. x oraz y odczytujemy z karty katalogowej miernika w zależności od mierzonego zakresu. Dla przykładu dla pierwszego opornika przy pomiarze $R = 111,6 \Omega$ odczytujemy z karty katalogowej, że $x = 0,1\%$, a $y = 3$. Wówczas

$$u(R) = \frac{0,1 \cdot \frac{1}{100} \cdot 111,6 + 3 \cdot 0,1}{\sqrt{3}} \Omega = 0,237637... \Omega \approx 0,3 \Omega$$

W zależności od wyników pomiarów przyjmujemy różne wartości x i y, przyglądając się karcie katalogowej miernika i wskazywanych zakresów, od których zależy właśnie dokładność pomiaru. Na przykład dla wyniku mieszczącego się w zakresie do 50Ω $x = 0,2\%$, a $y = 6$. Analogicznie postępujemy w przypadku obliczania niepewności dla rezystancji drugiego półprzewodnika oraz czujnika temperatury. W niektórych przypadkach wartość wychodziła poza zakres, w tabeli jest to oznaczone poprzez brak wartości.

Aby dowiedzieć się, jaka była temperatura wewnątrz obudowy podczas danego pomiaru korzystamy ze wzoru na temperaturę $T = 0,2430 R_T + 28,55$ [K], gdzie R_T jest wartością rezystancji czujnika temperatury. Na przykład dla $R_T = 1,064 \text{ k}\Omega$ temperatura wynosi $T = (0,2430 \cdot 1064 + 28,55) \text{ K} = 287,102 \text{ K}$. Niepewność pomiarową temperatury otrzymamy podstawiając do wzoru $u(T) = 0,2430 u(R)$. Wówczas $u(T) = 0,2430 \cdot 0,002 \cdot 1000 \text{ K} = 0,486 \text{ K}$.

Kolejnym zadaniem jest narysowanie wykresu zależności $\ln(R)$ od $\frac{1}{T}$ dla obu półprzewodników. Aby tego dokonać, obliczamy dla każdego pomiaru logarytm naturalny oraz niepewność podaną wzorem $u(\ln(R)) = \frac{u(R)}{R}$. Przykładowo dla pierwszego opornika dla $R = 111,6 \Omega$ mamy:

$$u(\ln(R)) = \frac{0,3 \Omega}{111,6 \Omega} = 0,002688... \approx 0,0027 [1]$$

$$\ln(R) = 4,714921... \approx 4,7149 [1]$$

Wyznaczamy teraz niedokładność przy obliczaniu $\frac{1}{T}$. Jest ona dana wzorem $u(\frac{1}{T}) = \frac{u(T)}{T^2}$. Na przykład dla $T = 287,102 \text{ K}$:

$$u(\frac{1}{T}) = \frac{0,486 \text{ K}}{287,102 \cdot 287,102 \text{ K}^2} = 5,89608... \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \approx 5,9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

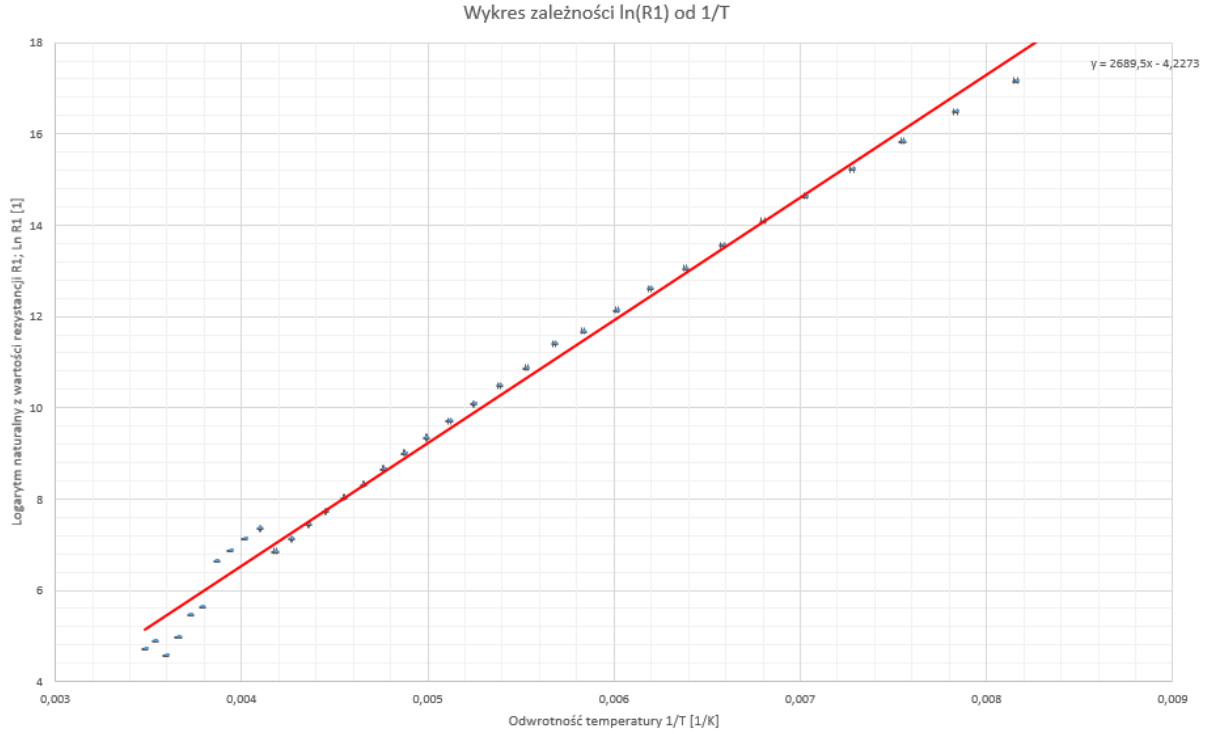
W ten sposób otrzymaliśmy następujące wyniki dla dwóch półprzewodników:

R_1	$u(R_1)$	R_2	$u(R_2)$	R_T	$u(R_T)$	T [K]	$u(T)$	$\ln R_1$ [1]	$u(\ln R_1)$	$\ln R_2$ [1]	$u(\ln R_2)$	$\frac{1}{T} [\frac{1}{\text{K}}]$	$u(\frac{1}{T})$
-----	-----	-----	-----	207,8 Ω	0,3	79,045	0,073	-----	-----	-----	-----	0,012651	1,2E-05
-----	-----	-----	-----	227,9 Ω	0,3	83,930	0,073	-----	-----	-----	-----	0,011915	1,1E-05
-----	-----	-----	-----	247,8 Ω	0,4	88,765	0,098	-----	-----	-----	-----	0,011266	1,3E-05
-----	-----	-----	-----	269,0 Ω	0,4	93,917	0,098	-----	-----	-----	-----	0,010648	1,2E-05
-----	-----	-----	-----	287,9 Ω	0,4	98,510	0,098	-----	-----	-----	-----	0,010151	1,0E-05
-----	-----	-----	-----	307,8 Ω	0,4	103,345	0,098	-----	-----	-----	-----	0,009676	9,2E-06
-----	-----	-----	-----	327,8 Ω	0,4	108,205	0,098	-----	-----	-----	-----	0,009242	8,4E-06
-----	-----	-----	-----	347,8 Ω	0,4	113,065	0,098	-----	-----	-----	-----	0,008844	7,7E-06
-----	-----	31,73 M Ω	0,31	367,6 Ω	0,4	117,877	0,098	-----	-----	3,4573	0,0098	0,008483	7,0E-06
28,66 M Ω	0,28	15,89 M Ω	0,17	386,9 Ω	0,4	122,567	0,098	3,3555	0,0098	2,766	0,011	0,008159	6,5E-06
1,56 k Ω	0,02	201,8 Ω	0,3	0,887 k Ω	0,002	244,091	0,486	0,445	0,013	5,3073	0,0015	0,004097	8,2E-06
1,261 k Ω	0,002	154,4 Ω	0,3	0,907 k Ω	0,002	248,951	0,486	0,2319	0,0016	5,0395	0,0019	0,004017	7,9E-06
0,974 k Ω	0,002	121,5 Ω	0,3	0,927 k Ω	0,002	253,811	0,486	-0,0263	0,0021	4,7999	0,0025	0,00394	7,6E-06
0,763 k Ω	0,002	96,1 Ω	0,3	0,947 k Ω	0,002	258,671	0,486	-0,2705	0,0027	4,5654	0,0032	0,003866	7,3E-06
282,1 Ω	0,4	86,2 Ω	0,3	0,969 k Ω	0,002	264,017	0,486	5,6423	0,0015	4,4567	0,0035	0,003788	7,0E-06
236,0 Ω	0,3	71,5 Ω	0,3	0,987 k Ω	0,002	268,391	0,486	5,4638	0,0013	4,2697	0,0042	0,003726	6,8E-06
144,5 Ω	0,3	73,6 Ω	0,3	1,007 k Ω	0,002	273,251	0,486	4,9733	0,0021	4,2986	0,0041	0,00366	6,6E-06
96,3 Ω	0,3	66,9 Ω	0,3	1,027 k Ω	0,002	278,111	0,486	4,5675	0,0032	4,2032	0,0045	0,003596	6,3E-06
132,7 Ω	0,3	39,12 Ω	0,08	1,047 k Ω	0,002	282,971	0,486	4,8881	0,0023	3,6666	0,0021	0,003534	6,1E-06
111,6 Ω	0,3	33,69 Ω	0,08	1,064 k Ω	0,002	287,102	0,486	4,7149	0,0027	3,5172	0,0024	0,003483	5,9E-06

Wykorzystując funkcję regresji liniowej dopasowujemy linią prostą o równaniu $y = ax + b$ punkty wykresu dla obu półprzewodników i odczytujemy wartość współczynnika kierunkowego a oraz Δa :

$$a_1 = 2689,497332 \text{ K } \Delta a_1 = 43,49998738 \text{ K}$$

$$a_2 = 2831,038222 \text{ K } \Delta a_2 = 33,59779292 \text{ K}$$



Na tej podstawie możemy wyznaczyć przerwę wzbronioną półprzewodników E_g ze wzoru $E_g = 2 \cdot k \cdot a$, gdzie k jest stałą Boltzmanna oraz jej niepewność opisaną wzorem $u(E_g) = 2 \cdot k \cdot \Delta a$. Wówczas:

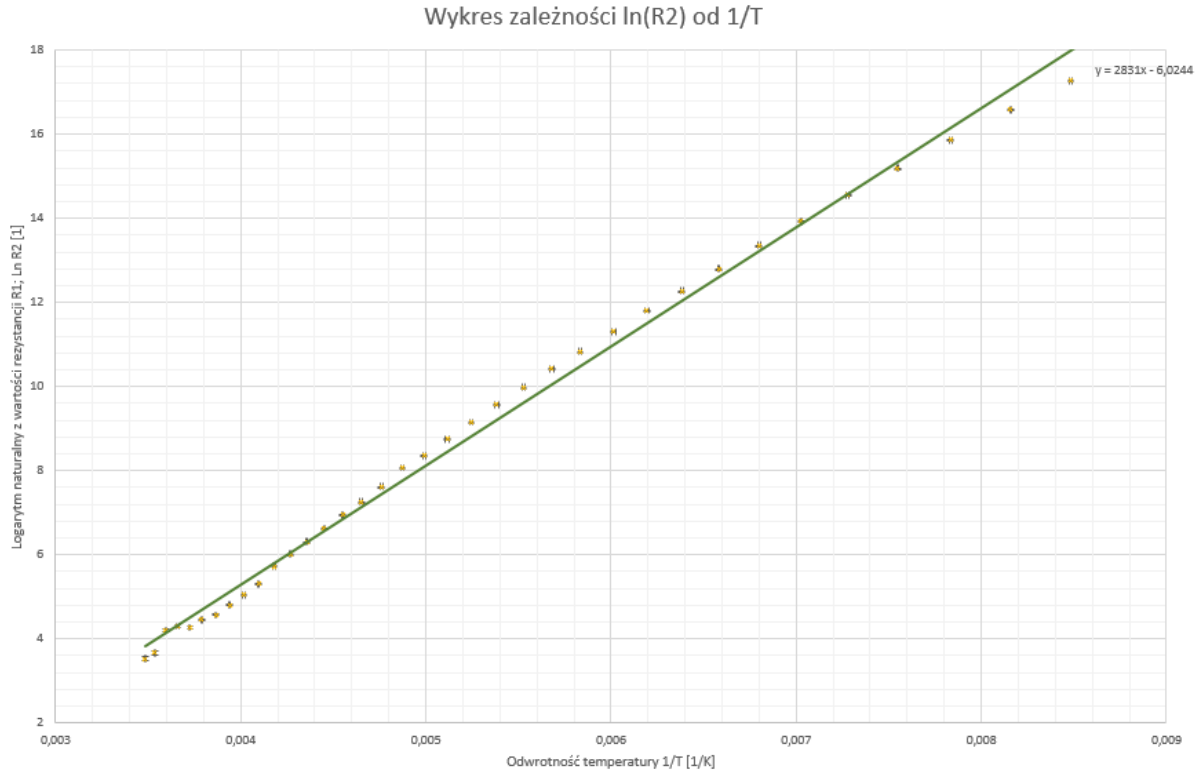
$$u(E_{g1}) = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 43,49998738 J = 120,0599 \dots \cdot 10^{-23} J \approx 1,2 \cdot 10^{-21} J = \frac{1,2 \cdot 10^{-21}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV \approx 0,75 \cdot 10^{-2} eV = 0,0075 eV$$

$$E_{g1} = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2689,497332 J = 7423,0126 \dots \cdot 10^{-23} J \approx 7,4 \cdot 10^{-20} J = \frac{7,4 \cdot 10^{-20}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV \approx 4,625 \cdot 10^{-1} eV = 0,4625 eV$$

$$u(E_{g2}) = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 33,59779292 J = 92,7299 \dots \cdot 10^{-23} J \approx 9,3 \cdot 10^{-22} J = \frac{9,3 \cdot 10^{-22}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV = 5,8125 \cdot 10^{-3} eV \approx 0,0059 eV$$

$$E_{g2} = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2831,038222 J = 7813,6654 \dots \cdot 10^{-23} J \approx 7,8 \cdot 10^{-20} J = \frac{7,8 \cdot 10^{-20}}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV \approx 4,875 \cdot 10^{-1} eV \approx 0,4875 eV$$

Ostatecznie $E_{g1} = 0,4625 \pm 0,0075$ eV oraz $E_{g2} = 0,4875 \pm 0,0059$ eV. Ze względu na występujące błędy pomiaru, błędy metody i inne rodzaje błędów wyniki są podobne i nie pasują do wartości przerw wzbronionych półprzewodników nam znanych, najbliższe im wartości odpowiadają kolejno arsenkowi indu oraz germanowi, jednak i tak się znacznie różnią od ich przerw wzbronionych.



Na podstawie wyników pomiaru oporności metalu R_3 oraz wyników pomiaru temperatury R_T tworzymy wykres zależności rezystancji od temperatury. Temperaturę w stopniach Celsjusza obliczamy podstawiając do wzoru $t = T - 273,15$, gdzie T jest temperaturą w Kelwinach. Niepewność $u(T)$ obliczamy na podstawie zależności $u(t) = 0,2430 \cdot u(R_T)$. Pozostałe niepewności pomiarowe obliczamy tak jak w przypadku półprzewodników. Otrzymujemy wartości jak w tabeli na ostatniej stronie.

Do wykresu dodajemy prostą regresji liniowej $y = ax + b$, której parametry liczymy za pomocą funkcji REGLINP programu Excel, gdzie:

$$a = 0,36902 \frac{\Omega}{^{\circ}\text{C}} \quad \Delta a = 0,00067 \frac{\Omega}{^{\circ}\text{C}}$$

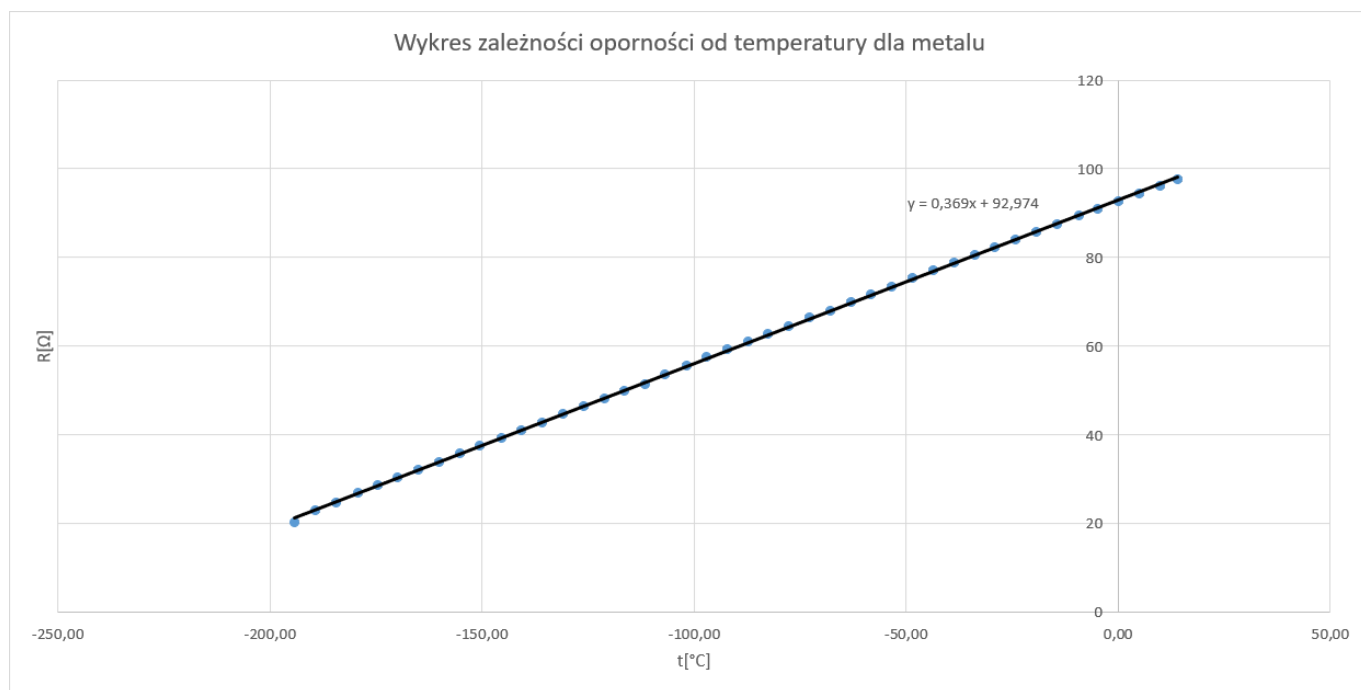
$$b = 92,9744 \Omega \quad \Delta b = 0,07244 \Omega$$

Na podstawie otrzymanych parametrów wyznaczamy temperaturowy współczynnik rezystancji α oraz jego niepewność

$$u(\alpha) = \sqrt{\left[\frac{b}{a^2} \Delta a\right]^2 + \left[\frac{1}{a} \Delta b\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{0,07244}{0,36902^2} 0,00067\right]^2 + \left[\frac{1}{0,36902} 0,07244\right]^2} = 0,0000078 \left[\frac{1}{^{\circ}\text{C}}\right]$$

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{0,00067}{0,07244} = 0,00396905... \left[\frac{1}{^{\circ}\text{C}}\right] \approx 0,0039691 \left[\frac{1}{^{\circ}\text{C}}\right]$$

Otrzymane wyniki temperaturowego współczynnika rezystancji pozwalają na przybliżone określenie surowca metalu jako platynę lub miedź.



Wnioski: Na podstawie wyników pomiarów - zgodnie z oczekiwaniami - oporność metalu wraz ze wzrostem temperatury rosła, a w przypadku półprzewodników - malała. W pierwszym przypadku możliwe było wyznaczenie współczynnika temperaturowego rezystancji, a przy półprzewodnikach przerwy wzbronionej, jednak ze względu na błędy metody, niedokładność mierników oraz innej natury błędy ciężko jednoznacznie wskazać, z jakimi materiałami mieliśmy do czynienia. Najbliższe parametry w przypadku metalu miały platyna lub miedź, a w przypadku półprzewodników german oraz arsenek indu.

R_3	$u(R_3)$	R_T	$u(R_T)$	$T[K]$	$u(T)$	$t[^\circ C]$	$u(t)$
20,34 Ω	0,37	207,8 Ω	0,3	79,045	0,073	-194,105	0,072
22,88 Ω	0,38	227,9 Ω	0,3	83,930	0,073	-189,220	0,075
24,81 Ω	0,38	247,8 Ω	0,4	88,765	0,098	-184,385	0,077
26,83 Ω	0,38	269,0 Ω	0,4	93,917	0,098	-179,233	0,080
28,56 Ω	0,38	287,9 Ω	0,4	98,510	0,098	-174,640	0,083
30,35 Ω	0,39	307,8 Ω	0,4	103,345	0,098	-169,805	0,086
32,17 Ω	0,39	327,8 Ω	0,4	108,205	0,098	-164,945	0,089
33,96 Ω	0,39	347,8 Ω	0,4	113,065	0,098	-160,085	0,091
35,74 Ω	0,39	367,6 Ω	0,4	117,877	0,098	-155,273	0,094
37,46 Ω	0,39	386,9 Ω	0,4	122,567	0,098	-150,583	0,097
82,3 Ω	0,45	0,887 k Ω	0,002	244,091	0,486	-29,059	0,001
84,1 Ω	0,45	0,907 k Ω	0,002	248,951	0,486	-24,199	0,001
85,8 Ω	0,45	0,927 k Ω	0,002	253,811	0,486	-19,339	0,001
87,6 Ω	0,45	0,947 k Ω	0,002	258,671	0,486	-14,479	0,001
89,6 Ω	0,45	0,969 k Ω	0,002	264,017	0,486	-9,133	0,001
90,9 Ω	0,46	0,987 k Ω	0,002	268,391	0,486	-4,759	0,001
92, 7 Ω	0,46	1,007 k Ω	0,002	273,251	0,486	0,101	0,001
94,4 Ω	0,46	1,027 k Ω	0,002	278,111	0,486	4,961	0,001
96,1 Ω	0,46	1,047 k Ω	0,002	282,971	0,486	9,821	0,001
97,6 Ω	0,46	1,064 k Ω	0,002	287,102	0,486	13,952	0,001