

Laboratorium Podstaw Fizyki

Ćwiczenie nr 8

Temat ćwiczenia: Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy na podstawie prawa Stokesa

Nazwisko i imię prowadzącego kurs: dr inż. Hajdusianek Anna

Nazwisko i imię, nr indeksu	Wołoszański Jakub Szymańska Emilia
Termin zajęć	Środa, 7:30-9:00
Kod grupy	E01-01v
Data wykonania ćwiczenia	23.10.2019
Ocena końcowa	

Zatwierdzam wyniki pomiarów

Data i podpis prowadzącego zajęcia.....

Adnotacje dotyczące wymaganych poprawek oraz daty otrzymania poprawionego sprawozdania

1. Wstęp

1.1. Cel ćwiczenia

- Obserwacja ruchu ciał spadających w ośrodku ciągłym;
- Wyznaczenie współczynnika lepkości cieczy.

1.2. Wykaz przyrządów

- Zestaw dwóch kulek;
- Naczynie cylindryczne z badaną cieczą;
- Śruba mikrometryczna;
- Waga;
- Linijka z podziałką milimetrową;
- Stoper;
- Areometr.

2. Wyniki i ich opracowanie

Na początku mierzymy gęstość cieczy (ρ_c) za pomocą areometru oraz odległość między pierścieniami na naczyniu (h). Zakładamy, że na tym odcinku przyspieszenie kulki jest jednostajne, a jej prędkość jest równa prędkości granicznej (przyczyną malenia przyspieszenia jest wzrost wartości siły oporu). Jest to odcinek, na którym będzie zmierzony czas spadania kulek. W obliczeniach zakładamy, że błąd względny eksperymentatora wynosi $\Delta_e x = 0,2$ [s].

h [m]	$\Delta_p h$ [m]	ρ_c [kg/m ³]	$\Delta_p \rho_c$ [kg/m ³]
0,345	0,001	1260	5

Następnie dokonujemy pomiarów średnicy i masy każdej z kulek oraz ich czasy spadania w cieczy.

Kulka nr 1

lp./X	m [g]	d [mm]	t [s]
1	0,6684	7,81	9,23
2		7,99	9,38
3		8,01	9,51
4		7,98	9,71
5		7,75	9,62
6		7,86	9,20
7		7,99	9,37
8		7,92	9,27
$\Delta_p X$	0,002	0,01	0,01
$\bar{X}$	0,6684	7,914	9,41
$u_A(X)$	-	0,035	0,066
$u_B(X)$	0,0012	0,0058	0,12
$u(X)$	0,0012	0,035	0,14

Kulka nr 2

lp./X	m [g]	d [mm]	t [s]
1	0,2972	6,44	13,90
2			14,28
3			14,00
4			14,23
5			13,90
6			13,76
7			13,77
8			13,84
$\Delta_p X$	0,002	0,01	0,01
$\bar{X}$	0,2972	6,4400	13,96
$u_A(X)$	-	-	0,071
$u_B(X)$	0,0012	0,0058	0,12
$u(X)$	0,0012	0,0058	0,14

Na początku obliczamy niepewność pomiaru mas obu kulek. Do ostatecznego wyniku potrzebna nam będzie ich wartość średnia, jednak w tym przypadku masa się nie zmieniała przy kolejnych pomiarach, więc była ona po prostu równa wynikowi pomiaru. Dla pojedynczego pomiaru nie można obliczyć niepewności typu A, więc od razu przeszliśmy do obliczenia niepewności szacowanej typu B. Ze wzoru $u_B(m) = \frac{\Delta_p m}{\sqrt{3}}$ otrzymujemy $u_B(m_1) \approx 0,00117... \approx 0,0012$ [g].

W tym przypadku $u(m)$ będzie po prostu równe wartości niepewności szacowanej. Zaokrąglamy oba wyniki do dwóch cyfr znaczących w górę, a następnie odpowiednio zaokrąglamy wartość średnią obu pomiarów.

Dla pomiaru odległości między pierścieniami (h), gęstości cieczy (ρ_c) i średnicy drugiej kulki (d_2) postępujemy analogicznie, podstawiając tylko inne dane. Wówczas:

$$h = (0,34500 \pm 0,00058) \text{ [m]}$$

$$\rho_c = (1260,0 \pm 2,9) \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

$$d_2 = (6,4400 \pm 0,0058) \text{ [mm]}$$

W przypadku pomiarów czasu i średnicy kulki pierwszej postępujemy trochę inaczej. Obliczamy średnią arytmetyczną wielkości ze wzoru:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

Wówczas przykładowo dla pierwszej kulki t_{k1} :

$$\bar{t}_{k1} = \frac{9,23 + 9,38 + 9,51 + 9,71 + 9,62 + 9,20 + 9,37 + 9,27}{8} = 9,41125 \text{ [s]}$$

Wyniku jeszcze nie zaokrąglamy. Następnie liczymy niepewność statystyczną (typu A):

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Przykładowo:

$$\sum_{i=1}^8 (\bar{t} - t_i)^2 = (9,41125 - 9,23)^2 + (9,41125 - 9,38)^2 + (9,41125 - 9,51)^2 + (9,41125 - 9,71)^2 + (9,41125 - 9,62)^2 + (9,41125 - 9,20)^2 + (9,41125 - 9,37)^2 + (9,41125 - 9,27)^2 = 0,242687 \dots [s^2]$$

$$u_A(t) = \sqrt{\frac{0,242687}{8 \cdot 7}} = 0,06583 \dots [s]$$

Kolejnym krokiem jest policzenie niepewności standardowej typu B ze wzoru:

$$u_B(x) = \sqrt{\frac{\Delta_p x^2}{3} + \frac{\Delta_e x^2}{3} + \dots}$$

W przypadku czasu bierzemy pod uwagę niepewność przyrządu i niepewność eksperymentatora, jednak przy średnicy kulki uwzględniamy tylko niepewność przyrządu.

Dla czasu pierwszej kulki:

$$u_B(t) = \sqrt{\frac{0,01^2}{3} + \frac{0,2^2}{3}} = 0,11561 \dots [s]$$

Na koniec obliczamy niepewność standardową całkowitą:

$$u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

Po podstawieniu czasu:

$$u(t) = \sqrt{0,06583^2 + 0,11561^2} = 0,133043 \dots [s] \approx 0,14[s]$$

Odpowiednio zaokrąglamy wartości średnie i otrzymujemy:

$$t_{k1} = (9,41 \pm 0,14) [s]$$

$$t_{k2} = (13,96 \pm 0,14) [s]$$

$$d_1 = (7,914 \pm 0,035) [mm]$$

Gęstości obu kulek obliczamy ze wzoru (dla wartości średnich pomiarów d i m):

$$\rho_k = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3} = \frac{6 \cdot m}{\pi \cdot d^3}$$

Przykładowo dla kulki 1:

$$\rho_k = \frac{6 \cdot 0,0006684}{3,14 \cdot 0,007914^3} = 2576,73588 \dots \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

W tym przypadku jednak do obliczenia niepewności potrzebny jest wzór na niepewność złożoną:

$$u_c(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^2 u^2(x_j)}$$

$$u_c(\rho_k) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho_k}{\partial m} \right)^2 u^2(m) + \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial d} \right)^2 u^2(d)}$$

Obliczamy pochodne:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial m} = \frac{\partial \left(\frac{6m}{\pi d^3} \right)}{\partial m} = \frac{6}{\pi d^3}$$

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial d} = \frac{\partial \left(\frac{6m}{\pi d^3} \right)}{\partial d} = \left(\frac{-18m}{\pi d^4} \right)$$

Przykładowo dla kulki 1 podstawiamy do równania :

$$u_c(\rho_k) = \sqrt{\left(\frac{6}{\pi d^3} \right)^2 u^2(m) + \left(\frac{-18m}{\pi d^4} \right)^2 u^2(d)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{6}{\pi * 0,007914^3} \right)^2 0,0000012^2 + \left(\frac{-18 * 0,6684}{\pi * 0,007914^4} \right)^2 0,000035^2} = 34,4987 \dots \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

Zaokrąglamy do dwóch cyfr znaczących w górę i tak samo postępujemy z pomiarami drugiej kulki.
Ostatecznie:

$$\rho_{k1} = (2577 \pm 35) \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$\rho_{k2} = (2126 \pm 11) \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

Ostatnią czynnością jest wyznaczenie współczynnika lepkości cieczy na podstawie zebranych danych.
Korzystamy ze wzoru:

$$\eta = \frac{\bar{d}^2 g \bar{t} (\bar{\rho}_k - \bar{\rho}_c)}{18h}$$

Oznaczenia:

d - średnica[m],

g - przyspieszenie ziemskie(zał. $9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$),

t - czas[s],

ρ_k - gęstość kulki $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$,

ρ_c - gęstość cieczy $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$,

h - odległość między pierścieniami [m].

Dla pomiarów pierwszej kulki:

$$\eta = \frac{0,007914^2 \cdot 9,81 \cdot 9,41 \cdot (2577 - 1260,0)}{18 \cdot 0,345} = 1,22615 \dots \frac{kg}{m \cdot s}$$

Do policzenia niepewności złożonej pomiaru lepkości potrzebujemy obliczyć następujące pochodne:

$$\frac{\delta \eta}{\delta d} = \frac{d^2 g (\rho_k - \rho_c)}{9h} = \frac{0,007914 \cdot 9,81 \cdot 9,41 \cdot (2577 - 1260)}{9 \cdot 0,345} = 305,1638 \dots \frac{kg}{sm^2}$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta t} = \frac{d^2 g (\rho_k - \rho_c)}{18h} = \frac{0,007914 \cdot 9,81 \cdot (2577 - 1260)}{18 \cdot 0,345} = 16,2148 \dots \frac{kg}{ms^2}$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta h} = \frac{-d^2 t g (\rho_k - \rho_c)}{18h^2} = \frac{-0,007914 \cdot 9,81 \cdot 9,41 \cdot (2577 - 1260)}{18 \cdot 0,345^2} = -442,2664 \dots \frac{kg}{sm^2}$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta \rho_k} = \frac{d^2 t g}{18h} = \frac{0,007914 \cdot 9,81 \cdot 9,41}{18 \cdot 0,345} = 0,1176 \dots \frac{m^2}{s}$$

$$\frac{\delta \eta}{\delta \rho_c} = \frac{-d^2 t g}{18h} = \frac{-0,007914 \cdot 9,81 \cdot 9,41}{18 \cdot 0,345} = -0,1176 \dots \frac{m^2}{s}$$

Podstawiamy wartości do wzoru:

$$u_c(\eta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial d}\right)^2 u^2(d) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 u^2(t) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_k}\right)^2 u^2(\rho_k) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_c}\right)^2 u^2(\rho_c) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial h}\right)^2 u^2(h)} =$$

$$\sqrt{305,1638^2 \cdot 0,000035^2 + 16,2148^2 \cdot 0,14^2 + (-442,2664)^2 \cdot 0,00058^2 + 0,1176^2 \cdot 35^2 + (-0,1176)^2 \cdot 35^2} =$$

$$0,040 \frac{kg}{m \cdot s}$$

Analogicznie wyliczamy lepkość dla kulki drugiej.

Ostatecznie mamy:

$$\eta_{k1} = (1,226 \pm 0,040) \left[\frac{kg}{s \cdot m} \right]$$

$$\eta_{k2} = (0,792 \pm 0,017) \left[\frac{kg}{s \cdot m} \right]$$

3. Wnioski

Gęstość cieczy użytej w ćwiczeniu wynosi $\rho_c = (1260,0 \pm 2,9) \left[\frac{kg}{m^3} \right]$, zatem jest to gliceryna.

Lepkość cieczy wyniosła nam $\eta_{k1} = (1,226 \pm 0,040) \left[\frac{kg}{s \cdot m} \right]$ oraz $\eta_{k2} = (0,792 \pm 0,017) \left[\frac{kg}{s \cdot m} \right]$. Żaden z wyników nie mieści w swoim zakresie wartości lepkości, która powinna nam wyjść (w 25 °C lepkość gliceryny wynosi $0,934 \left[\frac{kg}{s \cdot m} \right]$). Może to wynikać z refleksu eksperymentatora w przypadku pomiarów czasu, niedokładności przyrządów pomiarowych, zaokrągleniami poszczególnych wyników działań, odbiegania budowy kulki nr 1 od idei kulistości, niedokładności ludzkiego oka, zanieczyszczeń gliceryny innymi substancjami lub nieprzewidzianych oporów ruchu.