

ROBOTYKA 2

Identyfikacja parametrów geometrycznych manipulatora FANUC LR Mate 200iC

Autor: Emilia Szymańska 248975

05.04.2021r.

1 Cel ćwiczenia

Celami ćwiczenia jest zapoznanie się z budową ramienia robotycznego firmy FANUC i jego strukturą kinematyczną oraz identyfikacja parametrów geometrycznych robota z użyciem dostarczonych danych pomiarowych oraz tabeli parametrów Denavita-Hartenberga (rys. 1).

Ogniwo	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	d_1	$-\frac{\pi}{2}$	0	q_1
2	d_2	π	0	$q_2 - \frac{\pi}{2}$
3	d_3	$-\frac{\pi}{2}$	0	$q_2 + q_3$
4	0	$\frac{\pi}{2}$	$-d_4$	q_4
5	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	q_5
6	0	0	$-d_5$	q_6

Rysunek 1: Tabela parametrów Denavita-Hartenberga

2 Macierze transformacji pomiędzy kolejnymi układami współrzędnych

Macierze transformacji pomiędzy kolejnymi układami współrzędnych zostały wyznaczone przy pomocy poniższego wzoru:

$$A_i = Rot_{Z,\theta_i} Trans_{Z,d_i} Trans_{X,a_i} Rot_{X,\alpha_i}. \quad (1)$$

Korzystając z zależności przedstawionej poniżej zostały wyprowadzone macierze na rys. 2 i 3. Dla uproszczenia zapisu przyjęto notację $\sin(q_i) = s_i$ oraz $\cos(q_i) = c_i$.

$$\begin{bmatrix} R_A & T_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_B & T_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A R_B & R_A T_B + T_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_1 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 & 0 & -s_1 & c_1 d_1 \\ s_1 & 0 & c_1 & s_1 d_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\cos(q_2 - \frac{\pi}{2}) = \cos q_2 \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin q_2 \sin \frac{\pi}{2} = \sin q_2$$

$$\sin(q_2 - \frac{\pi}{2}) = \sin q_2 \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \cos q_2 = -\cos q_2$$

$$A_2 = \left[\begin{array}{ccc|c} s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} s_2 & -c_2 & 0 & d_2 s_2 \\ -c_2 & -s_2 & 0 & -c_2 d_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\cos(q_2 + q_3) = \cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3 = c_2 c_3 - s_2 s_3$$

$$\sin(q_2 + q_3) = \sin q_2 \cos q_3 + \sin q_3 \cos q_2 = s_2 c_3 + s_3 c_2$$

$$A_3 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_2 c_3 - s_2 s_3 & -s_2 c_3 - s_3 c_2 & 0 & 0 \\ s_2 c_3 + s_3 c_2 & c_2 c_3 - s_2 s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] =$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} c_2 c_3 - s_2 s_3 & 0 & -c_3 s_2 - c_2 s_3 & c_2 c_3 d_3 - d_3 s_2 s_3 \\ c_3 s_2 + c_2 s_3 & 0 & c_2 c_3 - s_2 s_3 & c_3 d_3 s_2 + c_2 d_3 s_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$A_4 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & -c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$A_5 = \left[\begin{array}{ccc|c} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} c_5 & 0 & -s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Rysunek 2: Macierze transformacji.

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rysunek 3: Macierze transformacji c.d.

Dla uproszczenia zapisu przyjęto notację $\sin(q_i) = s_i$ oraz $\cos(q_i) = c_i$. Poniżej przepisane zostały obliczone macierze.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & c_1 d_1 \\ s_1 & 0 & c_1 & s_1 d_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} s_2 & -c_2 & 0 & d_2 s_2 \\ -c_2 & -s_2 & 0 & -c_2 d_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} c_2 c_3 - s_2 s_3 & 0 & -s_2 c_3 - s_3 c_2 & c_2 c_3 d_3 - d_3 s_2 s_3 \\ s_2 c_3 + s_3 c_2 & 0 & c_2 c_3 - s_2 s_3 & s_2 d_3 c_3 + c_2 d_3 s_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & -c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & -s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

3 Kinematyka manipulatora w SE(3)

W celu wyznaczenia kinematyki manipulatora w SE(3) użyto zależności $A_0^6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$. Macierz A_0^6 zawiera informację o orientacji i translacji efektora ramienia w układzie współrzędnych podstawy robota. Obliczenia zostały zaprezentowane na rys. 4, natomiast ostateczna forma macierzy A_0^6 widnieje na rys. 5.

$$\begin{aligned}
 \underline{A_1 A_2} &= \left[\begin{array}{ccc|c} c_1 s_2 & -c_1 c_2 & s_1 & c_1(d_1 + d_2 s_2) \\ s_1 s_2 & -c_2 s_1 & -c_1 & s_1(d_1 + d_2 s_2) \\ c_2 & s_2 & 0 & c_2 d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\
 \underline{A_1 A_2 A_3} &= \left[\begin{array}{ccc|c} -c_1 s_3 & -s_1 & -c_1 c_3 & c_1(d_1 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ -s_1 s_3 & c_1 & -s_1 c_3 & s_1(d_1 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ c_3 & 0 & -s_3 & c_2 d_2 + c_3 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\
 \underline{A_1 A_2 A_3 A_4} &= \left[\begin{array}{ccc|c} -c_1 c_4 s_3 - s_1 s_4 & -c_1 c_3 & c_4 s_1 - s_3 s_4 & c_1(d_1 + c_3 d_4 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ -c_4 s_1 s_3 + c_1 s_4 & -c_3 s_1 & -c_1 c_4 - s_1 s_3 s_4 & s_1(d_1 + c_3 d_4 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ c_3 c_4 & -s_3 & c_3 s_4 & c_2 d_2 + c_3 d_3 + d_4 s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\
 \underline{A_1 A_2 A_3 A_4 A_5} &= \left[\begin{array}{ccc|c} -c_1 c_4 c_5 s_3 - c_5 s_1 s_4 - c_1 c_3 s_5 & -c_4 s_1 + c_1 s_3 s_4 & -c_1 c_3 c_5 + c_1 c_4 s_3 s_5 + s_1 s_4 s_5 & c_1(d_1 + c_3 d_4 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ -c_4 c_5 s_1 s_3 + c_1 c_5 s_4 - c_3 s_1 s_5 & c_1 c_4 + s_1 s_3 s_4 & -c_3 c_5 s_1 + c_4 s_1 s_3 s_5 - c_1 s_4 s_5 & s_1(d_1 + c_3 d_4 + d_2 s_2 - d_3 s_3) \\ c_3 c_4 c_5 - s_3 s_5 & -c_3 s_4 & -c_5 s_3 - c_3 c_4 s_5 & c_2 d_2 + c_3 d_3 + d_4 s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Rysunek 4: Stopniowe obliczanie macierzy A_0^6 .

$$\underline{A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6} = \left[\begin{array}{ccc|c} -c_1 c_4 c_5 c_6 s_3 - c_5 c_6 s_1 s_4 - c_1 c_3 s_6 + & -c_4 c_6 s_1 + c_1 c_6 s_3 s_4 + c_1 c_4 s_5 s_3 s_6 + & -c_1 c_3 c_6 + c_1 c_4 s_3 s_5 + s_1 s_4 s_5 & c_1(d_1 + c_3 d_4 + c_3 c_5 d_5 + d_2 s_2 - d_3 s_3 - c_4 d_5 s_3 s_5) \\ -c_1 c_3 c_6 s_5 + c_1 s_3 s_4 c_6 & + c_1 c_3 s_5 s_6 + c_5 s_1 s_4 s_6 & & -d_5 s_1 s_4 s_5 \\ -c_1 c_5 c_6 s_1 s_3 + c_1 c_5 c_6 s_4 + c_1 c_4 s_6 + & c_1 c_4 c_6 + c_6 s_1 s_3 s_4 + c_4 c_5 s_1 s_3 s_6 + & -c_3 c_5 s_1 + s_1 s_3 s_5 c_4 - c_1 s_4 s_5 & s_1(d_1 + c_3 d_4 + c_3 c_5 d_5 + d_2 s_2 - d_3 s_3 - c_4 d_5 s_3 s_5) \\ -c_3 c_6 s_1 s_5 + s_1 s_3 s_4 s_6 & -c_1 c_5 s_4 s_6 + c_3 s_1 s_5 s_6 & & + c_1 d_5 s_4 s_5 \\ c_3 c_4 c_5 c_6 - c_6 s_3 s_5 - c_3 s_4 c_6 & -c_3 c_6 s_4 - c_3 c_4 c_5 s_6 + s_3 s_5 s_6 & -c_5 s_3 - c_3 c_4 s_5 & c_2 d_2 + c_3 d_3 + d_4 s_3 + d_5(c_5 s_3 + c_3 c_4 s_5) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Rysunek 5: Macierz A_0^6 .

4 Parametryczna postać kinematyki

Przy wyznaczaniu parametrów geometrycznych manipulatora istotny jest wektor translacji efektora względem zerowego układu współrzędnych. Parametrami macierzy A_0^6 są kąty obrotu przegubów $q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]$. Parametryczną postać kinematyki potrzebną do wyznaczenia parametrów geometrycznych robota można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(d_1 + d_2 s_2 - d_3 s_3 + d_4 c_3 - d_5 c_4 s_3 s_5 + d_5 c_3 c_5) - d_5 s_1 s_4 s_5 \\ s_1(d_1 + d_2 s_2 - d_3 s_3 + d_4 c_3 - d_5 c_4 s_3 s_5 + d_5 c_3 c_5) + d_5 c_1 s_4 s_5 \\ c_2 d_2 + c_3 d_3 + d_4 s_3 + d_5(c_5 s_3 + c_3 c_4 s_5) \end{bmatrix} \quad (9)$$

5 Parametry geometryczne robota

Zakładając, że $d_1 = d_3 = 75\text{mm}$, należy wyznaczyć parametry geometryczne robota (d_2, d_4, d_5). Wybranie odpowiednich danych pomiarowych z dostępnych pozwala na uproszczenie obliczeń i natychmiastowe otrzymanie szukanych wartości. W standardowym przypadku trzeba jednak wybrać jakieś dane i stworzyć układ trzech równań z trzema niewiadomymi (czasem wiersz danych może być niewystarczającą informacją, należy wówczas dobrać więcej i próbować uprościć).

Jeśli zostanie wybrany wiersz z danymi $q = [\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0]$ oraz odpowiadające mu dane $[x, y, z] = [-80, 300, 320]$, wówczas wartości cosinusów dla q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 będą równe 0. Wartości sinusów będą równe wówczas 1, sinus q_6 będzie równy 0, a cosinus 1. Z wyniku otrzymanego w układzie równań [9] otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} -80 \\ 300 \\ 320 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \cdot (d_1 + d_2 - d_3 + d_4 \cdot 0 - d_5 \cdot 0 + d_5 \cdot 0) - d_5 \\ 1 \cdot (d_1 + d_2 - d_3 - 0 + 0) + d_5 \cdot 0 \\ 0 + 0 + d_4 + d_5(0 + 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_5 \\ 75 + d_2 - 75 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

W związku z powyższym $d_2 = 300\text{ mm}$, $d_4 = 320$ oraz $d_5 = 80\text{ mm}$.

6 Bezpośrednie odczytanie długości ramion robota

Tak jak zrobione to zostało w poprzedniej sekcji, da się bezpośrednio odczytać długości ramion robota. Układ równań [9] pozwala na zwrócenie uwagi na pewną zależność - wiele elementów jest mnożonych przez wartości sinusów i cosinusów, które przy odpowiednich kątach się zerują lub stają się jedynką. Taką wartością kąta jest m.i. $\frac{\pi}{2}$, dlatego wzięcie danych jak powyżej czy np. $q = [0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0]$ ułatwia znalezienie rozwiązania.